L.B.アルベルティの『絵画論』にみる視的ピラミッドと
その切断に関する研究（１）

天貝　義教

レオン・バッティスタ・アルベティは、その著『絵画論』（ラテン語版1435年発行、イタリア語版1436年発行）において、見ること（vision）とは三角形を作ることであり、三角形なしにはいかなる量も見ることはできないと語り、絵画（picture）を、眼を頂点とし見られる面を底とする視的ピラミッドの切断として定義した。アルベルティ以後、多くの芸術家たちが絵画芸術について重要な概念を引き出すこととなった視的ピラミッドは、底である見られている面の各点から頂点であるひとつの眼まで引かれた直線の集まりによって構成され、切断は、これら視的ピラミッドを構成する直線と、その底と頂点の間に挿入された透明な面とが交わる点の集まりから構成される。パースペクティヴに関する諸規則は、視的ピラミッドとその切断との特別な関係のなかに見いだされる。本研究では、視的ピラミッドと切断に関するいくつかの図版と模型をつかって、視的ピラミッドの直線が、パースペクティヴの原理にもとで平行線となることを考察する。研究の前半部（１）では、視的ピラミッドとその切断の作図について射影幾何学を参考にしながら考察する。研究の後半部（２）では、見ること（vision）とは三角形を作ることのみならず、その同じ三角形に平行関係を作ることでもあるということを考察する。以上の考察から、私たちは、アルベルティにならって、三角形なしには平行関係を見ることはできないといえるのである。

キーワード：Ｌ．Ｂ．アルベルティ、パースペクティヴ、視的ピラミッド、切断、平行関係

A study on the visual pyramid
and its cross-section of L. B .Alberti's *On Painting* (1)

AMAGAI Yoshinori, Ph.D.

In his book entitled *On Painting* (Latin version published in 1435, Italian version published in 1436), Leon Battista Alberti says that vision makes a triangle and that no quantity can be seen without the triangle, and he defines a picture as 'a cross-section' of 'a visual pyramid' having the eye as its apex and the plane seen as its base. A visual pyramid, from which many artists after Alberti drew many important concepts on the art of painting, is constructed by a collection of lines which are extended from each point in the base (a plane which is seen) to the apex (the single eye), and a cross-section is then the collection of points where these lines of the visual pyramid intersect a transparent glass which is interposed between the base and the apex. The rule of the perspective system is found in the special relationship between the visual pyramid and its cross-section. In this study, by using some diagrams and models of a visual pyramid and its cross-section, I investigate why the lines of a visual pyramid may become parallel under the principle of the perspective system. The intention of the first half of this study (1) is to construct diagrams of a visual pyramid and its cross-section with reference to projective geometry. In the second half of this study (2), by using models of a visual pyramid and its cross-section, I assert that vision makes not only a triangle but also parallelism in the same triangle. From the above discussion, following Alberti's footsteps, we say that it is quite certain that no parallelism can be seen without the triangle.

Keywords: L.B.Alberti, Perspective, Visual pyramid, Cross-section, Parallelism

1 はじめに

レオン・バッティスタ・アルベルティは、その著『絵画論』[註1]（ラテン語版1435年、イタリア語版1436年）において、見ること(vision) とは三角形 (triangle) を作ることであり、三角形なしにはいかなる量(quantity) も見ることはできないと語り、絵画(picture) を、眼を頂点とし見られる面を底とする視的ピラミッド (visual pyramid) の切断 (cross-section) として定義した。アルベルティ以降、ピエロ・デッラ・フランチェスカをはじめとして、今日に至るまで、多くの芸術家が、視的ピラミッドにもとづいて、絵画芸術に関して重要な概念を生み出してきた。視的ピラミッドは、アルベルティによる基礎的な記述にもとづけば、その底である見られている面の各点から頂点であるひとつの眼まで引かれた直線の集まりによって構成され、切断は、これら視的ピラミッドを構成する直線と、その底と頂点との間に挿入された透明な面とが交わる点の集まりから構成することができる。パースペクティヴに関する諸規則は、視的ピラミッドとその切断との関係のなかに見いだされ、パースペクティヴはルネサンス以降、造形芸術の重要な基本原理のひとつとして発展きてきた[註2]。

本研究では、アルベルティが絵画を定義するさいにもちいた視的ピラミッドとその切断に注目し、それらの図と模型をつかって、視的ピラミッドを構成する直線が、パースペクティヴの原理のもとで平行関係となることを

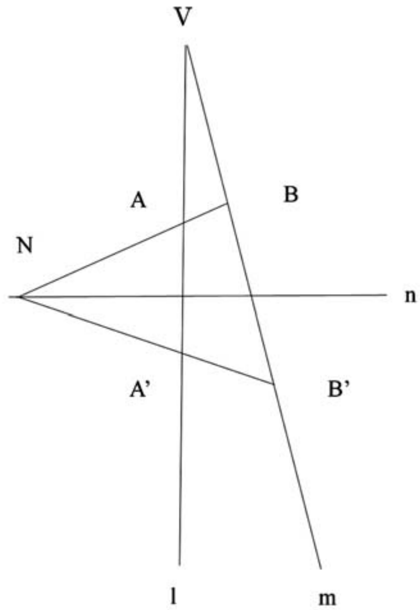


図1

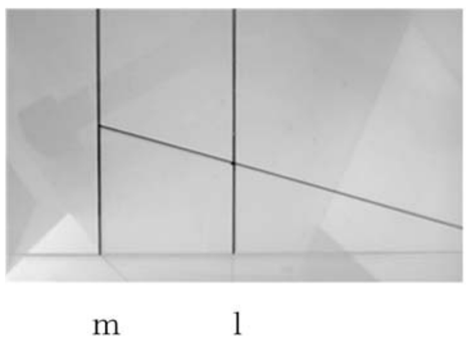


図2

考察する。

研究の前半部（１）では、アルベルティによって絵画の定義にもちいられた視的ピラミッドとその切断の図解を概観し、射影幾何学の基本的な概念であるデザルグの定理を参考にしながら、視的ピラミッドとその切断の作図をおこなう。図１は、その一例であり、この図において、三角形 VA'B'は、V を頂点とし、直線 A'B'を底とする視的ピラミッドである。直線 AB は、そのひとつの切断であり、直線 A'B'の透視図となる。

研究の後半部（２）では、前半部（１）の作図にもとづいて作られた模型をつかって、視的ピラミッドを構成する直線が平行関係となることをデジタルカメラで実際に記録する。図２は、その一例であり、ここでは、図１において視的ピラミッドを構成している VAA'を通る直線 l と、VBB'を通る直線 m が平行関係になっている。

本研究では、以上の考察を、アルベルティにならって、数学者としてではなく、「見られる対象（the object to be seen)」を望む立場から進め、最終的に、見ることとは三角形を作ることのみならず、その同じ三角形に平行関係を作ることでもあることを明らかにする。私たちは、アルベルティにならって、三角形なしには平行関係を見ることはできないといえるのである。

２　視的ピラミッドの切断とパースペクティヴ

アルベルティの『絵画論』では、視的ピラミッドとその切断の関係ついては言及されているものの、それらの関係を視覚的に表した図は見られない。それゆえ、ブルネレスキからスーラまでの視覚にかかわる主題を網羅的に考察した美術史家のケンプ（M. Kemp）は、アルベルティの『絵画論』について語るさい、図３にみられるような作図をもちいて視的ピラミッドを説明している[註3]。この図において、E は眼を表し EA、EB、EC、ED は アルベルティのいう「外部光線（extrinsic ray)」を、EG は「中心光線（centric ray)」、EP^1、EP^2、EP^3、EP^4 は「媒介光線（median ray. ケンプの著書では intrinsic ray と表記）を表している。

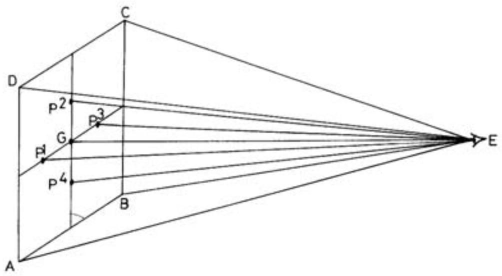


図３

またアルベルティからモンジュまでのパースペクティヴの歴史について数学的に考察したアンダーセン（K. Andersen）は、アルベルティの『絵画論』を考察するさい、図４のように、1640年代に発行されたボッス

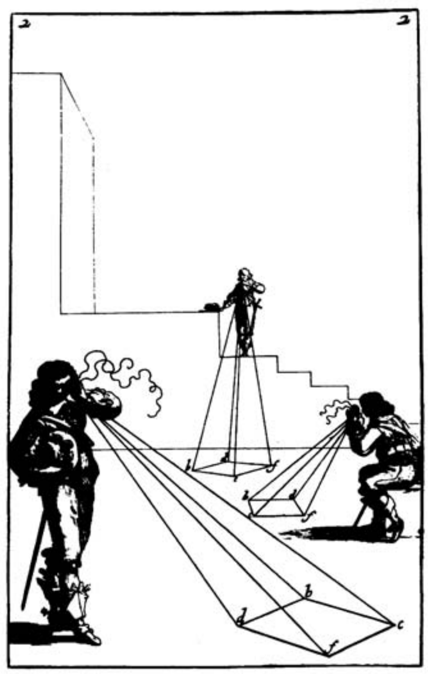


図４

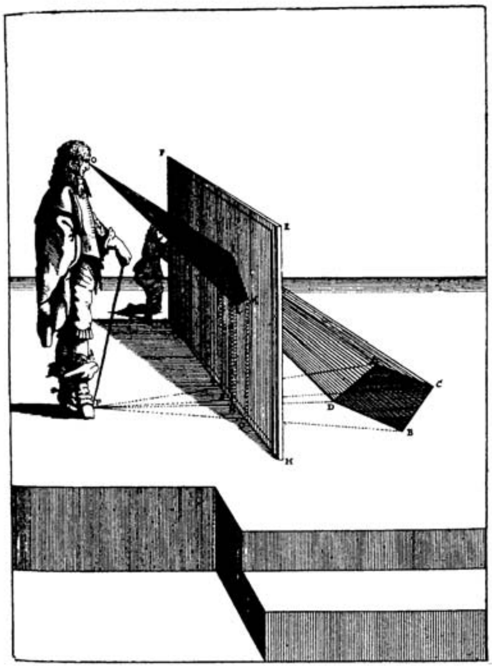


図５

(Abraham Bosse) の著作にみられる図版をつかって視的ピラミッドを説明している[註4]。

切断は、これらの視的ピラミッドを構成する直線と画面との交点から構成されるが、同じくアンダーセンは、このことを図５のようにボッスと同年代のデュブルイユ (Dubreil) の著作にみられる図版をつかって説明している[註5]。

視的ピラミッドの切断とパースペクティヴの関係を表した図版はピエロ・デッラ・フラ

図６

ンチェスカの著作において、図６（図中の符号は天貝による補足）のようにきわめて正確かつ簡潔に描かれていることが知られる[註6]。ここでは三角形 ABC が視的ピラミッド、BE がその切断を表している。ピエロは、この図にもとづいて、図７のように、視的ピラミッド、その切断、そして透視図の関係を統合した図を残している[註7]。図８は、これを改めて描き直し符号をくわえたものであるが、この図において、三角形 ABC が視的ピラミッド、BE が切断を表し、台形 BCed は、BC の長さを一辺とする正方形 BCGF の透視図となる。

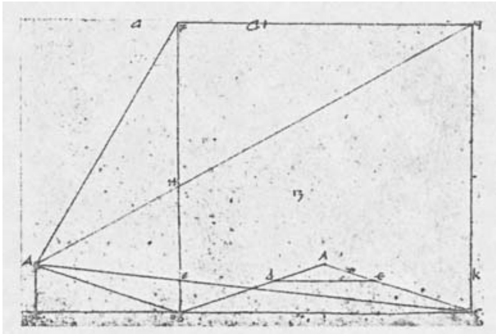


図７

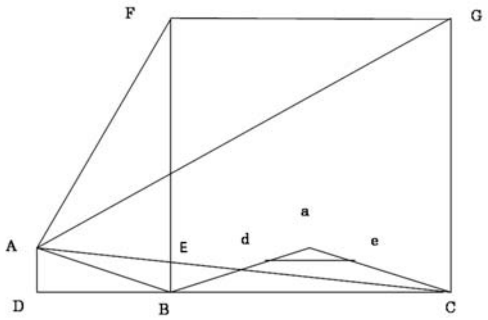


図８

今日では、視的ピラミッドの切断と透視図の関係については、パースペクティヴに関して出版されている図学関係の多数の解説書に見ることができるが、本論では、数学者のダン・ペドウの著書[註8]に見られる図版とその説明にもとづいて、視的ピラミッドとその切断の関係、そして視的ピラミッドの切断とパースペクティヴの関係を理解しておく。

ペドウは、図９に見られる図をもちいながら、次のように解説する[註9]。

> 点Ｖを画家の眼とする。平面 α’は水平な平面で絵に描こうとする対象面である。

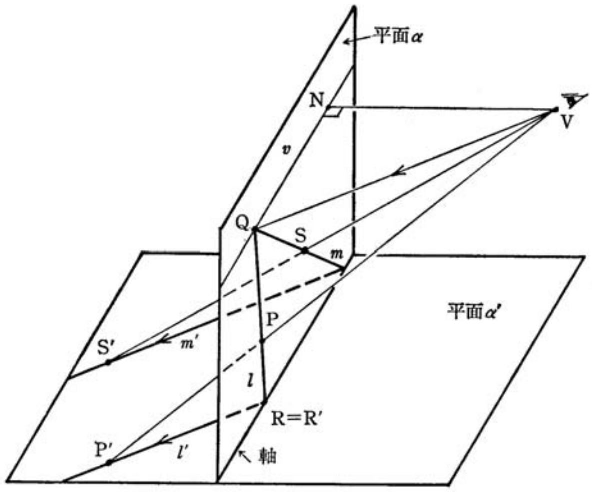


図９

> いま、平面α’の上の点 P’を見て、それを平面αの上の点Pに写す。直線 P’P は当然点 V を通る。このとき、α’の上の点を V を投影の中心（the center of projection V）とし、αの上に投影した（projecting）という。

平面αは、いわゆる画面であり、点 V を通る直線 P’P は視的ピラミッドを構成する

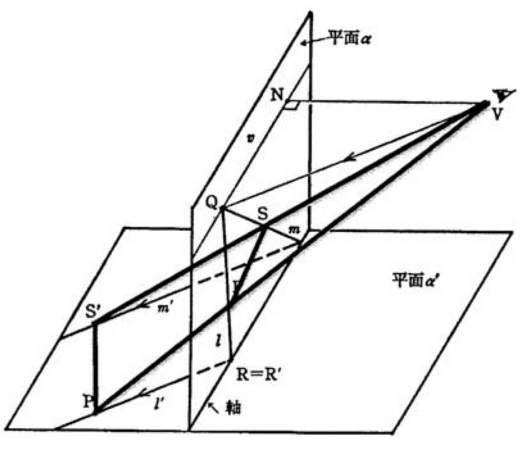


図10

直線となり、点 P は点 P’の透視図となる。ペドウによれば、平面αとα’との交線は「投影の軸」（the axis of projection）と呼ばれ、この軸上の点は同じ点に投影され、R=R’となる。この R を通る直線 l’を平面α’の上に引き、l’の上の各点と V とを結ぶと、それらの直線群と平面α—すなわち画面—との交点群は、平面α上で R を通る直線 l となる。直線 l は直線 l’の透視図である。点 P’が l’の上を R から遠ざかるように動くと考えると、画面上の点 P は次第に画面上の点 Q—すなわち V から l’に平行に引いた直線が平面αに交わる点—に近づくこととなる。これを、ペドウは、直線 VQ は直線 l’に平行で、無限に延長しても l’とは交わらないことを意味し、点 Q は、点 V を通って平面α’に平行な平面と、平面αとの交線 v の上にあると説明する。この直線 v は平面α’の消線（the vanishing line）とよばれる。これについて、ペドウは次のようにユニークな方法で解説する[註10]。

> 一冊の本をもって、その背を上にして、背を VQ に沿うようにすれば、中の１頁を直線 l’と l とで形成される平面と重ねることができよう。そこで、別の頁を開いて、図にあるように、直線 m’と m とで形成される平面であるとすれば、m は当然 Q を通るし、m’は l’と平行になる。

ペドウの解説は次のようにつづく[註11]。

> 幾何学用語でいえば、直線 VQ が平面α’と平行であれば、直線 VQ を含むどの平面も、平面α’とは VQ に平行な直線で交わり、平面αとは点 Q を通る直線で交わる。したがって、平面α’上の一群の平行直線群は、平面αの上では一点を通る直線群として描写され、その交点は、＜消線＞v の上にあること、すなわち、＜平面α’の上の特定の方向の直線

に対して平面α上、v の上にこれに対応する特定の点が存在する＞ということが証明されたことになる。

ペドウによれば、この単純な記述が、長い年月にわたる透視図法の発展の歴史で得られた結果と同じ内容をもっていることとなる。

本研究でいう視的ピラミッドは、ペドウの図をもちいれば、図10において太線で示したように、直線 S'P'を底とする三角形 VS'P'で表される。そして、平面α上の直線 SP は、そのひとつの切断であり、直線 S'P'の透視図となる。この図にもとづいて本研究の目的をあらためて述べれば、三角形 VS'P'について、平面α'上のある点から見て直線 S'P'と直線 SP が重なって見えるとき、三角形 VS'P'を構成する直線 VS'と VP'が平行関係にあることを実際に示すことにある。

3　視的ピラミッドとその切断の作図

本研究では、視的ピラミッドと切断に関する作図をおこなうにあたって、図１にみられるような平面図形を取り扱うこととし、十八世紀の英国のブルック・テイラー（Brook Taylor）のパースペクティヴの理論と、射影幾何学の基本的定理であるデザルグの定理を参考にする。

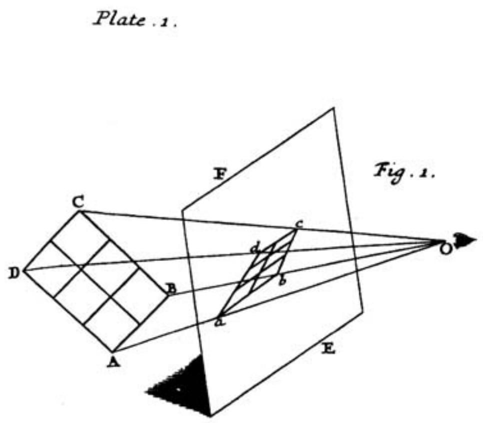


図11

テイラーは、1715年に発表した著作の冒頭で、図11に示したような図版をもちいてパースペクティヴの技法の説明を開始し、図12に見られるような平面図形に関する作図を紹介している[註12]。

テイラーは、図11において、O を眼（Eye）とし、EF を画面（Picture）、画面の上の図形 abcd を、O から見られているもとの図形（Original Object） ABCD の再現（Representaiton）としている。そして図形 abcd が、O から見て、図形 ABCD を正確に覆っているとき、光線（Ray）もしくは視線（Visual Ray）を表す直線 AO、BO、CO、DO を、図形 ABCD の各点 A、B、C、D から、眼である点 O に伸ばすと、これらの光線は、図形 ABCD の各点 A、B、C、D に対応する図形 abcd の各点 a、b、c、d において画面を切る（cut）こととなる[註13]。

この図形 ABCD を底とし眼 O を頂点とし光線または視線 AO、BO、CO、DO からなる四角錐は視的ピラミッドと見なせるが、この図版に関連してテイラーは、視的ピラミッドという表現をつかっていない[註14]。

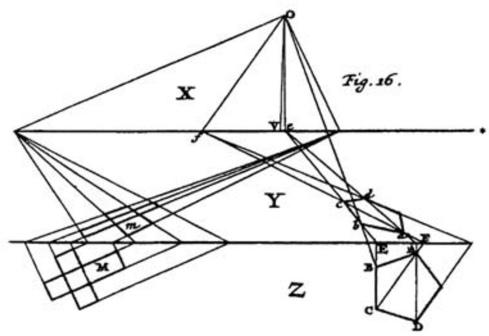


図12

図12は、視的ピラミッドの構成する要素である視線に注目して、パースペクティヴの作図法を考察したものとして重要である。

テイラーによれば[註15]、この図において、X は、眼を表す O のある平面（Plane）とされ、Y は、画面（Plane of Picture）、Z は、見られる対象（Object）のあるもとの平面（Original Plane）とされる。X は、ef を通

る消線（Vanishing Line）で Y と交わり、Y は、EF を通る交線（Intersection）で Z と交わる。X と Z の平面は、Y と同一の平面上にあり、Y に描かれている図形 abcd は、Z にあるもとの図形 ABCD の裏返しの再現（Representation）となる。この図においては、視線は、O から b を通り B と結ばれた直線で表されている。この視線 OB をもちいて、点 B の再現である点 b が求められる。すなわち、もとの図形の直線 CB を交線に向かって延長し、交線との交点を E とする。つぎに O から消線に向かって直線 CBE に平行に線を引き、消線との交点を e とする。点 e は、直線 CBE の消点であり、点 e と点 E

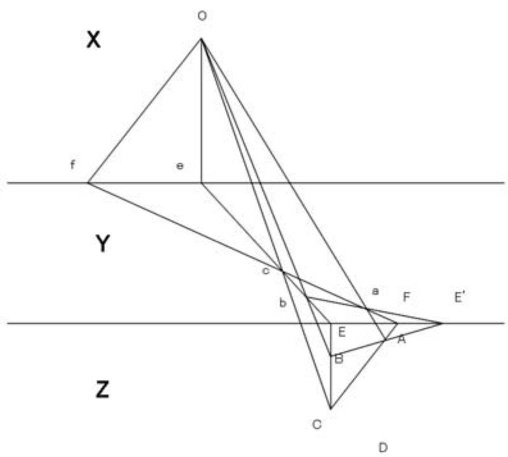


図13

を結んだ直線 eE と視線 OB との交点が、点 B の再現である点 b となるというのである。

点 c をもとめるさいには、テイラーは、視線をもちいていない[註16]。すなわち直線 CA を交線に向けて延長し、交線との交点を F とする。直線 CAF に平行に引かれた直線 Of と消線と交わる点を f とし、直線 eE と fF の交点が、点 C の再現である点 c となる。

ここで Z にある三角形 ABC に注目して、視線 OA、OC を描きくわえると、直線 OC は点 c を通ることとなる。さらに直線 BA を交線上に延長し、交線との交点を E' とし、点 b と結んだ直線 E'b は、点 a を通る。以上を描き改めたものが図13である。この図から直線 Of、Oe、fc、ec と消線を取り除いたものが図14であるが、この図は、デザルグの定理を満たすものとなる。すなわち、直線 Aa、Bb、Cc がひとつの点 O を通るならば、AB と ab の交点 E'、BC と bc の交点 E、CA と ca の交点 F は、ひとつの直線、ここではテイ

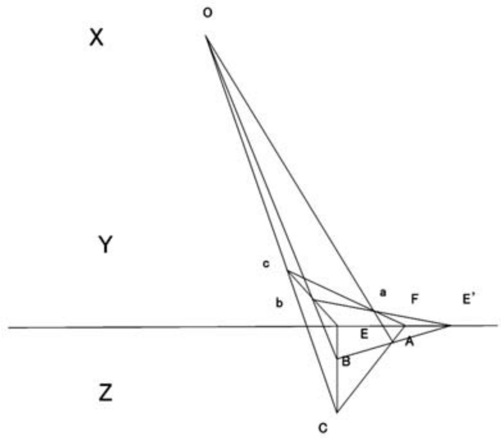


図14

ラーが交線（Intersection）と呼んだ直線の上にある。このとき三角形 ABC と三角形 abc はパースペクティヴの位置にあるが、このパースペクティヴの中心は O、軸は交線である。三角形 ABC と三角形 abc は、同じ平面上にあっても、異なる平面上にあってもよい[註17]。

図14の場合は、二つの三角形が同じ平面

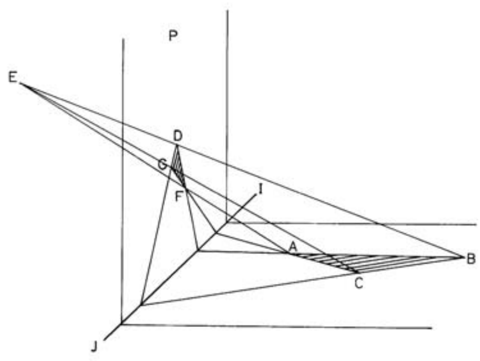


図15

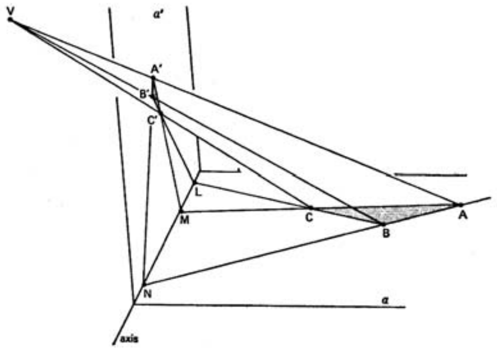


図16

上にあり、図15の場合は異なる平面上にある。図15は、ケンプが透視図とデザルグの定理の関係を示すために掲げたものである[註18]が、ペドウの著書にも図16のように同様の図が掲載されており[註19]、デザルグの定理とパースペクティヴとの関係を直観的に示すさいの典型的な図といえよう。

図15において、異なる平面の上にある三角形 ABC と三角形 DFG は、E を中心とし、IJ

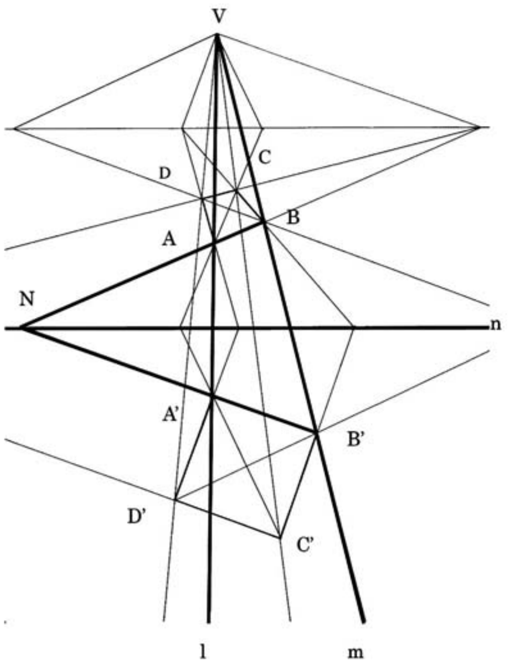


図17

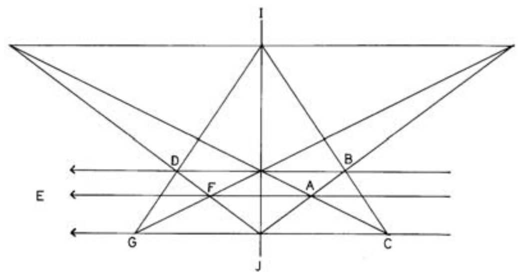


図18

を軸としてパースペクティヴの位置にある。ここで、中心 E を通り、三角形 ABC のある平面に平行となる平面が、三角形 DFG のある平面 P と交われば、それが、先に掲げた図９における平面α上の直線 v となり、E から v に垂直線を引いて v と交わる点が N となる。視的ピラミッドは、E を頂点、三角形 ABC を底として、E からの視線 EA、EB、EC で表され、切断は、平面 P の三角形 DFG で表される。このようにデザルグの定理をもちいて任意の視的ピラミッドとその切断が作図できるのである。

図17は、以上のようなテイラーの作図法とデザルグの定理を参考にして作図したものである[註20]。

ここでは、三角形ではなく四角形をもちいて、V をパースペクティヴの中心、n を軸としている。ここでの視的ピラミッドの頂点は V、底は正方形 A’B’C’D’、視線は VAA’、VBB’、VCC’、VDD’で表され、切断は四角形 ABCD となる。冒頭で示した図１は、太線で示した部分である。

さて射影幾何学においては、無限遠点が抽象的につけ加えられ、平面上の二つの直線は、必ず通常の点か無限遠点で交わることとなる。ケンプは、図15について、E を無限遠点とした場合の図版を図18のように示している[註21]。この図では、パースペクティヴの中心 E は無限遠点として表され、E を通る直線、すなわち視線 AF、BD、CG は平行線となる。

この図にならって、図１について、V を無

限遠点とすれば、図19に示したように、V を通る二つの直線 l と m は、平行線となる。図２は、図１にもとづいて製作した模型を撮影したものであるが、ここでは、図１のパースペクティヴの軸 n の上の部分が裏返しに、すなわち、直線 BAN が画面の右側にあり、視的ピラミッドを構成する二つの直線 l と m が平行になっている。

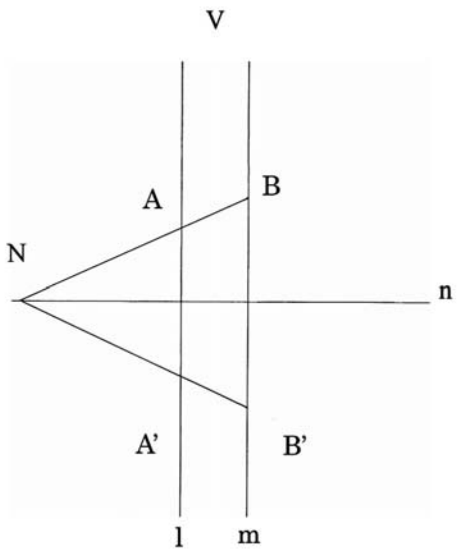


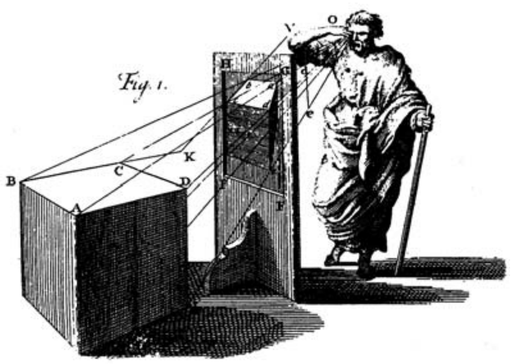
図19

　次節では図16にもとづく模型製作と図２に示した画像の撮影過程について述べる。
（以下、別稿に続く）

註

１　アルベルティの『絵画論』ついては、本研究では、英文は、John R. Spencer による英訳 ″On Paiting″（Yale University Press, 1956）を参照し、邦語は三輪福松氏による邦訳『絵画論』（中央公論美術出版　平成４年）を使用した。また下記のものを適宜参考にした。
Leon Battista Alberti, ″On Painting″, translated by Cecile Grayson, with an Introduction and Notes by Martin Kemp, Penguin Books, Reprint, 2004.
Rocco inisgalli, ″Leon Battista Alberti: On Painting. A New Translattion and Critical Edition, Cambridge University Press, 2011.
２　美術史的観点からパースペクティヴの歴史を考察したものとして以下のものを参照した。 Martin Kemp, ″The Science of Art-Themes in Western Art from Brunelleschi to Seurat-″, Yale University Press, 1990.
また数学的観点からものは以下のものを参照した。Kristi Andersen, ″The Geometry of an Art - The History of the Mathematical Theory of Perspective from Albelti to Monge-″, Springer, 2009.
３　M.Kemp 註２　同上書　p.22
４　K.Andersen 註２前掲書　p.20
５　同上書　p.21
６　Piero della Francesca,″De Prospectiva Pingendi″, Firennze, Casa Editrice Lettere,1984.（Tav.I, Fig.I）
図版は以下の邦訳にも見ることができる。
石鍋真澄、『ピエロ・デッラ・フランチェスカ』平凡社、2005. 442ページの図１
７　Piero della Francesca 同上書(Tav.IV, Fig.XIII)
石鍋　同上書　442ページの図４
８　Dan Pedoe, ″Geometry and Liberal Arts″, Penguin Books, 1976. これは1983年に Dover Publication より、″Geometry and the Visual Arts″ と改題されて出版されている。1976年版の邦訳は、ダン・ペドウ、磯田浩訳『図形と文化』（法政大学出版局　1985）がある。本研究では主として邦訳をつかった。
９　ダン・ペドウ、磯田浩訳『図形と文化』法政大学出版局　1985　p.44
10　同上書　p.45
11　同上書　pp.45～46
12　Kiristi Anderson, ″Brook Taylor's Work on Linear Perspective ―A Study of Taylor's Role in the History of PerspectiveGeometry. Including Facsimiles

of aylor's Two Books on Perspective", Springer-Verlag, 1992.
この書には書名にあるように、Brook Taylorによる以下の二つの著作のファクシミリ版が収められている。
Linear Pespective: Or A New Method Of Representing Justly All Manner Of Objects As They Appear To The Eyein All Situations. London. 1715
New Principes Of Linear Perspective: Or The Art Of Designingon A Plane The Representations Of All Sorts Of Objects, In A More General And Simple Method Than Has Been Done Before. London. 1719.
13　Kiristi Anderson 同上書　p.76
14　テイラーは、1719年の著作（p.163）では、"Optic Cone" という用語をもちいている。 また同じ著作（p.231）で、つぎのような図版をつかって、パースペクティヴの基本的概念を説明している。



15　K.Anderson 註12　前掲書　p.76、p.121
16　同上書　p.96
17　寺阪英孝『幾何とその構造』筑摩書房 1971.　p.148、p.151
18　M.　Kemp 前掲書　p.122
19　D.Pedoe 前掲書　p.181
邦訳では、190ページ
20　作図にさいしては、寺阪の前掲書153ページから155ページにみられるデザルグの完全４点形定理を参照するとともに、栗太稔『具象から幾何へ』（日本評論社、1980）の128ページと196ページにみられる平行四辺形でない四角形の射影による正方形の作図法を参照した。
21　M.　Kemp 前掲書　p.122